

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE - FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

ESPAÇO DE
EXPERIMENTAÇÃO
ALGÉBRICO:
o ato de conjecturar

Daiana Batista
Suelen Assunção Santos

Ficha Catalográfica

B333e Batista, Daiana.

Espaço de experimentação algébrico: o ato de conjecturar
[Recurso Eletrônico] / Daiana Batista. – Santo Antônio da Patrulha,
RS: FURG, 2023.

25 f. : il. color.

Produto Educacional da Dissertação de mestrado do Programa de
Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, para obtenção do
título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, sob a orientação da
Dra. Suelen Assunção Santos.

Disponível em: <https://ppgece.furg.br/>
<https://educapes.capes.gov.br/>

1. Matemática 2. Álgebra 3. Pensamento algébrico 4. Inclusão
I. Santos, Suelen Assunção II. Título.

CDU 512:37

Catologação na Fonte: Bibliotecário José Paulo dos Santos CRB 10/2344

Apresentação

Caros(as) professores (as)

Este Produto Educacional é resultado da dissertação intitulada "Ensino de Álgebra e o Ato de Conjeturar: Prática Inclusiva nos Anos Finais do Ensino Fundamental", apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande - PPGECE/FURG, sob orientação da Professora Dra. Suelen Assunção Santos.

Por meio deste produto educacional, esperamos contribuir com a prática pedagógica de professores de matemática, tecendo ideias e caminhos que possam tornar mais potente e inclusiva a tarefa de ensinar álgebra.

A proposta apresentada neste produto educacional foi realizada através de um espaço de experimentação para alunos de uma turma de 7º. ano, de uma escola pública do município de Xangri-lá/RS.

Sumário

Interlocuções Iniciais

4

Aula 1

7

Aula 2

9

Aula 3

10

Aula 4

14

Referências Bibliográficas

20



Interlocuções Iniciais

A inclusão escolar provoca transformação de perspectiva educacional, “pois não atinge apenas alunos com deficiência e os que apresentam dificuldades de aprender, mas todos os demais, para que obtenham sucesso na corrente educativa geral” (MANTOAN, 2003, p.16). Neste contexto, apesar dos avanços no campo da inclusão, muitas angústias e dúvidas permeiam a atividade dos professores, em sala de aula .

A inclusão gera muitas dúvidas, tanto na escola, que diz não estar preparada para receber a todos, sem exceção, como também nas salas de aula, por parte dos professores, que, em muitos casos, alegam não terem tido formação que contemplasse a inclusão e, ao depararem com as diferenças, sentem-se despreparados, angustiados e sozinhos na tarefa de ensinar.

Os desafios enfrentados pelos professores ganham proporções ainda maiores quando se trata de ensinar matemática, principalmente conteúdos mais complexos, como a álgebra, vista como um conteúdo de difícil compreensão por parte dos alunos.

Buscando respostas para essas inquietações dos professores, estão sendo realizadas pesquisas em diversas áreas. Dentre esses pesquisadores, destacam-se aqueles da área da Educação Matemática e uma das razões para isso pode ser a dificuldade de se ensinar esta disciplina para todos os alunos, ou seja, já existe uma cultura estabelecida no que se refere a pesquisar sobre dificuldades de se ensinar e aprender Matemática. (NOGUEIRA, 2019, p,1).

Além destes fatores, a matemática carrega consigo o estigma de ser uma disciplina difícil e de não ser compreendida por grande parte dos alunos. Nogueira (2019) salienta que “o ensino de Matemática apresentava (e ainda apresenta) dificuldades, tanto para quem ensina quanto para quem aprende” (NOGUEIRA, 2019, p. 9).

A escola da atualidade, conforme prevê a inclusão, é uma escola para todos, o que resulta em uma sala de aula composta por diferentes sujeitos, cada um deles com suas peculiaridades, dificuldades e habilidades diferentes. Nesse sentido, é preciso pensar em um planejamento que considere essas diferenças.


Ao longo dos últimos anos, a escola mudou, os alunos mudaram, e as maneiras de ensinar e aprender são outras. E “nestas mutações, ora drásticas ora nem tanto, vamos também nos envolvendo e convivendo com o novo, mesmo que não nos apercebamos disso”. (MANTOAN, 2003, p. 11).

Diante do cenário atual, este produto educacional pode contribuir, não apenas com prática docente desta pesquisadora, mas também com a de outros professores de matemática, que buscam, diariamente, alternativas e estratégias que possam tornar o conteúdo de álgebra inclusivo, levando em conta os diferentes sujeitos inseridos em sala de aula.

Dessa forma, para que, nos anos finais, os alunos estejam preparados para compreenderem a álgebra, é interessante que se construa uma bagagem de conhecimentos. Assim, é importante que, desde os anos iniciais, sejam proporcionadas a eles experiências envolvendo noções de álgebra, mesmo que de maneira informal e articulada com a aritmética. Ou seja, “é preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra” (Lins; Gimenez, 1997, p.10). Neste sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) citam que:

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. (BRASIL, 1998, p. 117).

Corroborando com os PCN, tem-se, hoje, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que apresenta a unidade temática Álgebra e também indica que seja trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, ressaltando:



[...] é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. (BRASIL, 2018, p.270).

É importante ressaltar que a finalidade da unidade temática álgebra na BNCC é que se desenvolva um tipo especial de pensamento, o pensamento algébrico. Esse pensamento:

[...] é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2018, p. 270).

O pensamento algébrico pode ser definido como:

“um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade”. (BLANTON; KAPUT, 2005, p.423 apud COELHO; AGUIAR, 2018, p.178).

Neste contexto, apresentaremos, neste produto educacional, propostas de atividades e sugestões envolvendo conjecturas, hipóteses e problemas matemáticos ainda não solucionados até o momento, essas atividades se configuram como questões abertas, que não possuem uma solução definitiva, sendo assim, são sugestões de atividades inclusivas, pois serão necessários o diálogo e a ajuda mútua para tentar resolver os problemas. Ressaltamos que atividades deste tipo oferecem aos alunos possibilidades de produzir e encontrar diferentes maneiras de chegar a uma solução, sendo que, as respostas não precisam ser necessariamente em forma de algoritmo, podendo ocorrer de diversas maneiras, como por exemplo, oralmente ou através de desenhos, contribuindo para um ensino de álgebra mais potente e inclusivo, visando ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

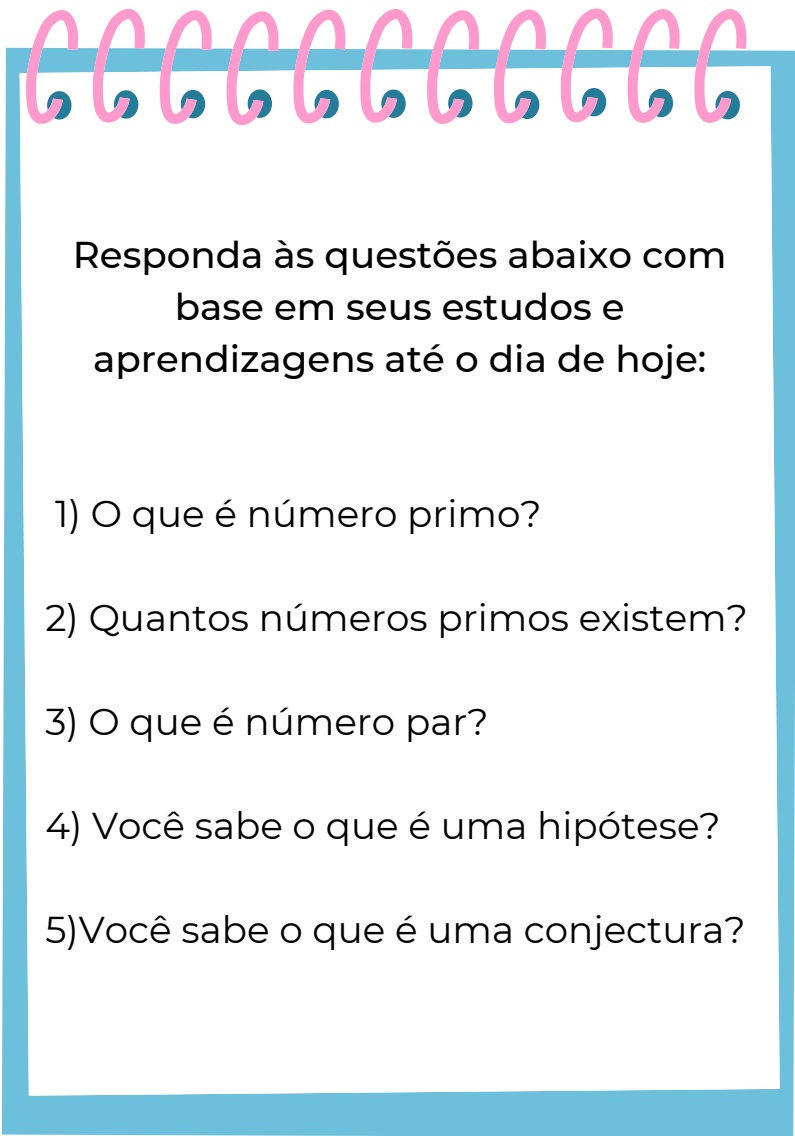
As atividades estão divididas em 4 aulas, que foram aplicadas com alunos do 7º. ano. Por serem sugestões, os professores podem adaptar e modificar as atividades conforme seu planejamento, podendo também contemplar outros anos escolares do Ensino Fundamental.



Aula 1

Atividade 1

Com o propósito de verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o que será abordado durante as próximas aulas, entregar, a cada um, uma folha com cinco perguntas que eles devem responder e devolver à professora.



Responda às questões abaixo com base em seus estudos e aprendizagens até o dia de hoje:

- 1) O que é número primo?
- 2) Quantos números primos existem?
- 3) O que é número par?
- 4) Você sabe o que é uma hipótese?
- 5) Você sabe o que é uma conjectura?

Atividade 2

Retomar as questões respondidas pelos alunos. Sugere-se fazer uma breve explicação sobre cada uma das questões, proporcionando um momento de debate. As questões podem ser apresentadas em slides, e, conforme forem sendo passadas, os alunos devem ser instigados ao debate.

EXISTEM INFINITOS NUMEROS PRIMOS.

1) SÃO AQUELES QUE SÃO DIVISIVEL POR 1, OU ELE MESMO

Os números primos são infinitos

1) O QUE É NUMERO PRIMO? NUMEROS PRIMOS SÃO AQUELES DIVISIVEL POR 1 E POR ELE MESMO.

4) R. Nunca estudei, hipotese, mas parece ser um conjunto que sempre da e impermissivel.

2. O total de números primos é infinita.

3. Números pares são aqueles que terminam com 0, 2, 4, 6, 8, 10...

4- não sei mas já soui falar: em hipotese alguma.

4- Você sabe o que é uma hipótese? hipótese é uma ideia ou uma alternativa.

1. A quantidade de números primos existente é indeterminável porque não importa o maior número primo sempre vai ter outro mais para frente por consequência de porque os números são infinitos.

4- HIPÓTESE É UMA ALTERNATIVA QUE PODE OU NÃO A RESPOSTA CORRETA.



Aula 2

Atividade

Realizar uma atividade de exploração sobre hipótese a partir da seguinte questão:

O que precisa acontecer para que os estudantes tenham interesse em estudar?

Sugestão

- 
 Levantar algumas hipóteses dos alunos e anotá-las no quadro.
- 
 Testar as hipóteses levantadas com todos os alunos da turma presentes à aula. O intuito da atividade é promover a compreensão de que, para provar se uma hipótese é verdadeira, é preciso testá-la com muitas e muitas pessoas.



Mas o que é hipótese?

Segundo o Dicionário Infopédia (2023), hipótese é “explicação possível, mas que ainda não se provou, suposição, conjetura, teoria”. O Infopédia ainda afirma que, em matemática, hipótese é “proposição ou conjunto de proposições aceitas como ponto de partida para deduzir delas consequências lógicas”.



Aula 3

Atividade 1

Apresentam-se aos alunos alguns exemplos de problemas em aberto na matemática, ainda não provados, não resolvidos, ou seja, algumas conjecturas.

Para esta aula,
sugere-se a seguinte
conjectura:



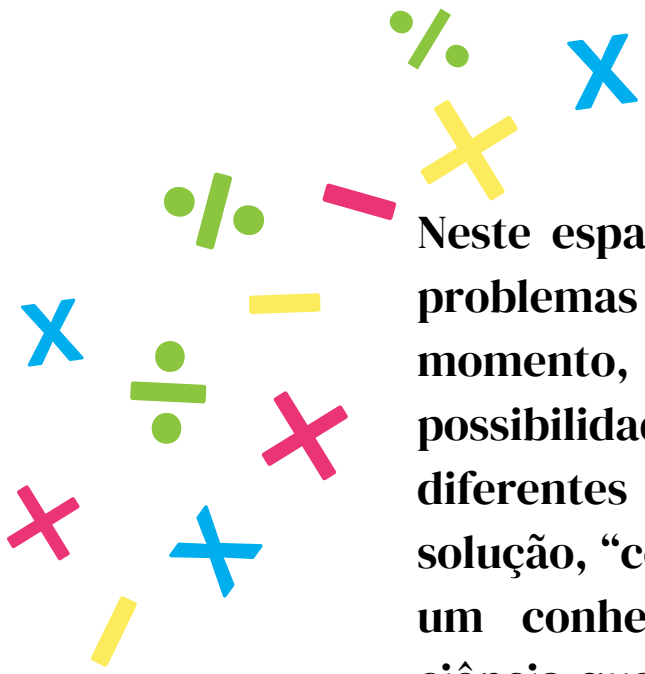
Conjectura dos primos gêmeos

Esta conjectura diz que existem infinitos números primos gêmeos, porém, até hoje, essa afirmação não foi provada e nem refutada.

Mas, afinal de contas, o que são primos gêmeos?

São pares de números primos ímpares consecutivos, ou seja, cuja diferença é igual a 2.

(3, 5), (5, 7)



Neste espaço de experimentação, propõem-se problemas matemáticos não solucionados até o momento, pois oferecem aos alunos possibilidades de produzir e encontrar diferentes maneiras de se chegar a uma solução, “considerando que a Matemática não é um conhecimento acabado, mas sim uma ciência que pode inovar e abrir espaço para os alunos, em sala de aula, produzirem questionamentos e saberes relacionados” (RAME, 2015, p.1).

Experimentação

Considera-se a experimentação uma maneira de alguém apropriar-se de um novo saber, de um novo conhecimento, podendo “explorar o limite sem deixar ser capturado pelas fronteiras existentes”(SOUZA, 2022, p.71), em que o aluno tenha a possibilidade de experimentar e construir o seu conhecimento por meio de atividades que lhe permitam o pensar, o testar, o refletir, pois:

[...] na escola, a experimentação é um processo que permite o aluno se envolver com o conteúdo em estudo, levantar hipóteses, procurar alternativas, avaliar resultados, bem como participar das descobertas e socializações com seus pares.

(ALMEIDA; MALHEIRO, 2019, p.392).

Atividade 2

Exploração da conjectura dos primos gêmeos :
Quais são os outros que temos?

★ Proporcionar um tempo para que os alunos pensem e respondam se conseguem encontrar, se existem outros pares.

★ **Generalização:** Um par de primos é chamado de primos gêmeos se eles são dois números primos p, q tais que:

$$q - p = 2$$
$$p < q$$



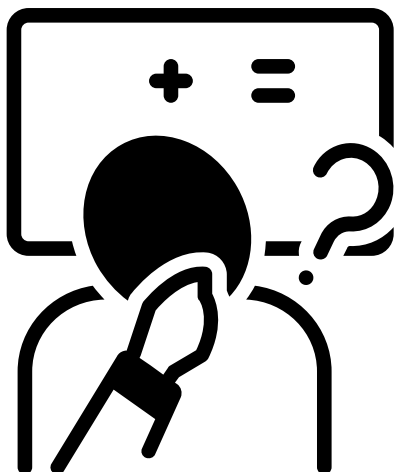
Sugestão

Pode-se pedir que os alunos façam os registros das suas descobertas e entreguem ao final da aula.

Aula 4

Atividade 1

Apresentar a questão : **Vamos tentar descobrir a conjectura de Goldbach a partir da exploração de alguns números?**



A conjectura de Goldbach, proposta pelo matemático prussiano Christian Goldbach em 1742, é um dos problemas mais antigos não resolvidos da matemática, mais precisamente, da teoria dos números.

Sugestão

Apresentar alguns exemplos e perguntar aos alunos: o que eles têm em comum?

$$4 = 2+2$$

$$6 = 3+3$$

$$8 = 3+5$$

$$10 = 3+7 = 5+5$$

Conjectura de Goldbach



A Conjectura de Goldbach diz que todo número par maior que 2 pode ser representado pela soma de dois números primos. É um problema intrigante e ainda sem solução no campo da matemática. Dessa forma, propicia “a participação ativa na construção de um conhecimento e a releitura de objetos que antes eram vistos como prontos e acabados”. (RAME, 2015, p. 16).

A falta de solução deste problema está atrelada à falta de generalização, pois ainda não se conseguiu provar que a Conjectura de Goldbach, que é válida para uma determinada quantidade de números pares, seja realmente válida para todos os números pares maiores que 2.

A Conjectura de Goldbach diz que todo número par maior que 2 pode ser representado pela soma de dois números primos:

$$2n = p + q$$

Selecionou-se tal problema com vistas a propiciar que os alunos questionassem, buscassem e analisassem possíveis resultados, além de propor a eles a participação em um debate. Atividades desse tipo, abertas, que não tenham uma solução definitiva em forma de algoritmo, são inclusivas, pois serão necessários o diálogo e a ajuda mútua para tentar resolver os problemas.

Ainda, por não haver uma resposta única e correta, há possibilidade de os alunos expressarem-se livremente e de diferentes maneiras, em uma proposta de experimentação.

A conjectura de Goldbach diz que todo número par maior que 2 pode ser representado pela soma de dois números primos.

$$2n = p + q$$

Sugestão

Proporcionar tempo para que os alunos tentem descobrir se a conjectura de Goldbach funciona com mais números e registrem o que forem descobrindo.



Mas o que significa conjectura?

Segundo o Dicionário Online de Português, conjectura significa :

- ★ Opinião que resulta de palpites ou interferências; suposição;
- ★ Ato ou efeito de deduzir ou fazer interferências, baseando-se em palpites, intuições, provas inconclusas ou suposições;
- ★ Hipótese admitida como verdadeira sem que haja comprovação formal.



As conjecturas na matemática

De acordo com a Editora Conceitos.com (2016), algumas ideias matemáticas, apresentadas como problemas inicialmente não resolvidos, são também chamadas de conjecturas. Assim, as conjecturas matemáticas se tornam enigmas cuja resolução parece inatingível. Em outras palavras, trata-se de afirmações matemáticas que aparentemente são certas, mas que ainda não tem uma demonstração rigorosa .

Apresentar uma conjectura já solucionada

Conjectura de Kepler: Em 1611, Johannes Kepler queria descobrir qual o melhor método para empacotar esferas num espaço cúbico. Ele queria saber qual o melhor jeito de colocar laranjas numa caixa, de forma que coubesse o máximo de laranjas possíveis. Segundo Kepler, um arranjo piramidal das esferas é o melhor método, pois teria a maior densidade, ou seja, aquele que manteria as esferas (ou laranjas) mais próximas umas das outras. Essa conjectura só foi resolvida 403 anos depois.

Atividade 2

Realizar um debate com os alunos e pedir que eles registrem o que entenderam sobre conjecturas. Dividir a turma em duplas e oferecer um tempo para testarem a conjectura de Goldbach, podendo, assim pensar, criar estratégias, encontrar soluções e fazer novas descobertas a respeito dessa conjectura.



Propor que os alunos tentem demonstrar a conjectura.



Solicitar que registrem a atividade.

Sugestão

Promover um debate de fechamento sobre as atividades realizadas ao longo das aulas.

CONJECTURA É ALGO QUE NÃO FOI PROVADO QUE EXISTE

1- Uma conjectura é algo que ainda não foi provado (ou) algo que ainda não foi confirmado.

1- O que você entende por conjectura?

Eu entendi que conjectura é uma forma que pode ser comprovada ou não.

1- O que eu entendi sobre a conjectura é que ela é uma coisa que pode ser comprovada ou não.

conjectura é uma possibilidade que ainda não foi provada.

É uma ideia matemática não provada.

1- Uma ~~conjectura~~ é algo que ainda não foi provado e testado.

○ O que você entende por conjectura?
Eu entendi que a conjectura é uma coisa que não foi provada tipo a conjectura de Goldbach.

Uma coisa que não foi testado ainda.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Willa Nayana Corrêa; MALHEIRO, João Manoel da Silva. A experimentação investigativa como possibilidade didática no ensino de matemática: o problema das formas em um clube de ciências. *Experiências em Ensino de Ciências*, v.14, n.1, 2019. Disponível em: <https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/view/42>. Acesso em: 20 nov. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 set. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília, DF: Secretaria de Educação Fundamental, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 02 out. 2021.

COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Marcia. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. *Estudos Avançados*, v. 32, n. 94, p. 171–187, set. 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?lang=pt#>. Acesso em: 02 out. 2021.

DICIO. Dicionário Online de Português. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/conjectura/>. Acesso em: 20 de jun. 2023.

Editora Conceitos. com (ago., 2016). Conceito de Conjectura. São Paulo, Brasil. Disponível em: <https://conceitos.com/conjectura/>. Acesso em: 20 de jun. 2023.

FLUGSEDER, Roberta Labres. Resolução de problemas do tipo paradoxo: Possibilidade de Intervenção Pedagógica Inclusiva para o Ensino de Matemática. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal do Rio Grande, Santo Antônio da Patrulha/ RS, 2021. Disponível em: <https://sistemas.furg.br/sistemas/sab/arquivos/bdtd/86c2d79a241f1385f8c7264874ecc19a.pdf>. Acesso em: 24 set. 2021.

HIPÓTESE. In: Dicionário Infopédia da Língua Portuguesa [on-line]. Porto: Porto Editora. Disponível em: <https://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/hipótese>. Acesso em: 29 maio 2023.

Lins, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas, SP : Papyrus, 1997.- (Coleção Perspectivas em Educação Matemática). Disponível em: <http://sigma-t.org/permanente/1997a.pdf>. Acesso em: 18 jul. 2023.

MANTOAN, Maria Tereza Égler. Inclusão Escolar: O que é? Por quê? Como fazer? 2ª. ed. São Paulo: Moderna, 2003. Disponível em: <https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/211/o/INCLUS%C3%83O-ESCOLARMaria-Teresa-Egl%C3%A9r-Mantoan-Inclus%C3%A3o-Escolar.pdf>. Acesso em: 20 set. 2021.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. Educação Matemática e Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva: Educação Matemática Inclusiva? In: XIII Enem – Encontro Nacional de Educação Matemática, Cuiabá. Anais [...]. Cuiabá/ MT, 14 a 17 de junho de 2019.

RAME, Elen Cristine. História da Matemática na Perspectiva do Presente. 2015. Artigo (Especialização em Educação Matemática) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Unisinos), São Leopoldo/RS, 2015. Disponível em: <http://www.repositorio.jesuita.org.br/handle/UNISINOS/5321>. Acesso em: 22 fev. 2022.

SOUZA, Guiomar de. A Entredisciplinaridade na Educação Matemática: Entre Ciência, Arte e Filosofia. 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Santo Antônio da Patrulha/RS, 2022. Disponível em: <https://sistemas.furg.br/sistemas/sab/arquivos/bdtd/e76bc9cd094bae3232e6a43113384dc9.pdf>. Acesso em: 08 jun. 2022.

VINCI, Christian Fernando Ribeiro Guimarães. O conceito de experimentação na filosofia de Gilles Deleuze. Sofia , Espírito Santo, Brasil, v. 7, n. 2, p. 322–342, 2019. DOI: 10.47456/sofia.v7i2.20467. Disponível em: <https://periodicos.ufes.br/sofia/article/view/20467>. Acesso em: 20 jul. 2022.

Pares de Números Primos gêmeos

(3,5) (5,7) (11,13) (17,19) (29,31) (41,43) (59,61) (71,73)

(3,5)

(5,7)

(11,13)

(17,19)

(29,31)

(41,43)

(59,61)

(71,73)

$$12 = 5 + 7$$

$$14 = 7 + 7$$

11, 13

17, 19

29, 31

41, 43

59, 61

71, 73

$$4 = 2 + 2$$

$$6 = 3 + 3$$

$$8 = 3 + 5$$

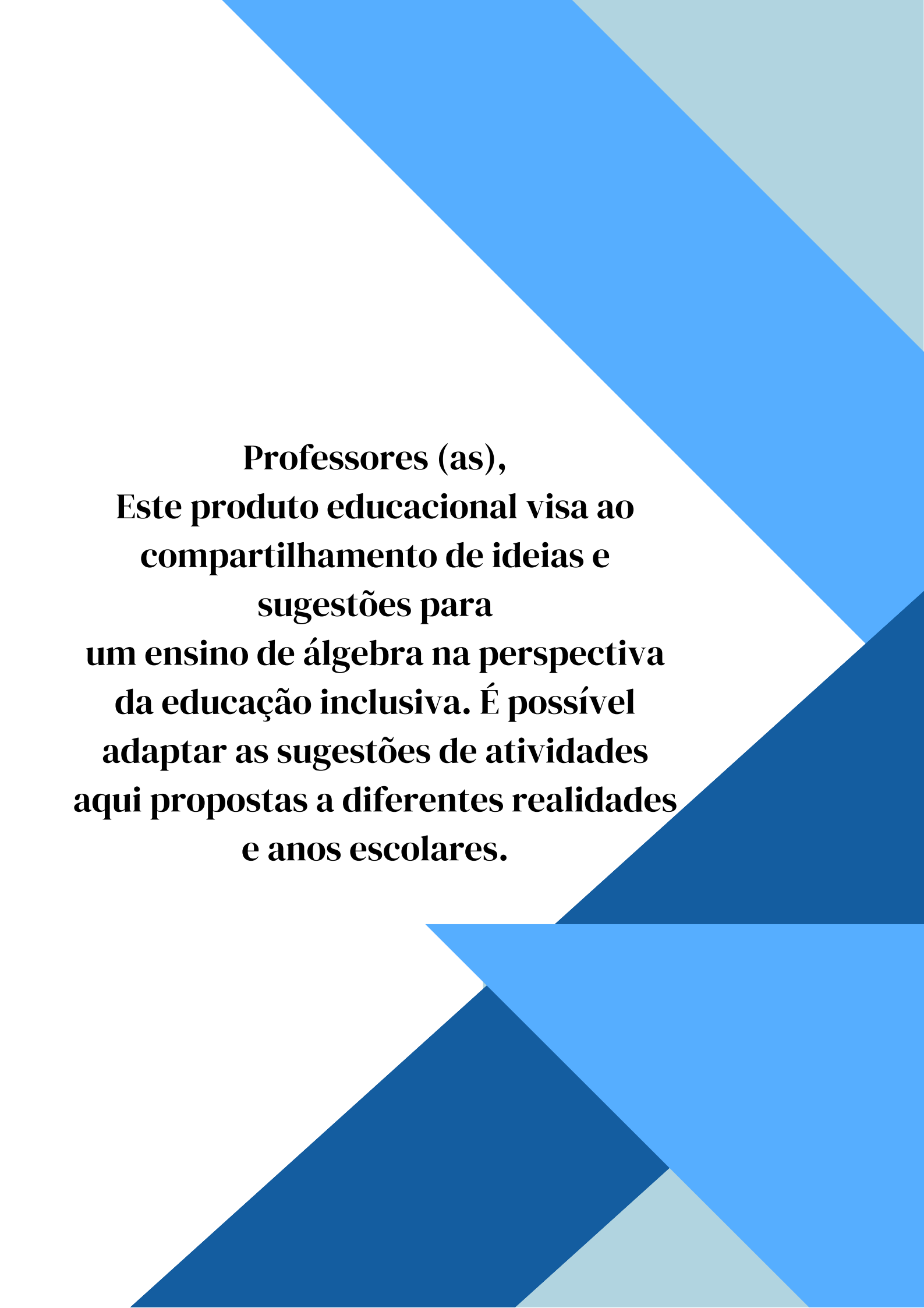
$$12 = 5 + 7$$

$$14 = 7 + 7$$

3- É conjunto que vai sendo contado em dois em dois.

pares de números primos gêmeos

(3,5), (5,7), (11,13), (17,19), (29,31), (41,43), (59,61), (71,73),
(79,83), (89,97)

The background features a white central area surrounded by large, overlapping geometric shapes in various shades of blue, including light blue, medium blue, and dark blue. The shapes are primarily triangles and quadrilaterals, creating a modern, abstract design.

**Professores (as),
Este produto educacional visa ao
compartilhamento de ideias e
sugestões para
um ensino de álgebra na perspectiva
da educação inclusiva. É possível
adaptar as sugestões de atividades
aqui propostas a diferentes realidades
e anos escolares.**